ISSN 0286-7370

日 本 大 学 理 工 学 部

一 般 教 育 教 室 彙 報

第 118 号

目　　　次

——論　文——

2026 年 4 月

日本大学理工学部一般教育教室彙報　第118号　2026年，1－8頁

－ 論 文 －

Formal Adjoints of Infinite Order Differential Operators on Spaces of Entire Functions of a Given Order

By Shofu UCHIDA

（Accepted February 25, 2026）

与えられた位数を持つ整函数の空間上の無限階微分作用素の形式共役

内 田 匠 風

（令和8年2月25日受理）

解説

微分方程式の理論は，有限階の微分作用素を中心として発展してきたが，研究の進展に伴い，無限階微分作用素も自然に現れることが明らかとなっている．特に，函数の特異点の位置を変えない局所作用素は，理論的な枠組みにおいて重要である．ここで，開集合 $X \subset \mathbb{C}$ 上の正則函数を係数とする形式的な無限階微分作用素

$$P = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(x) \left(\frac{d}{dx} \right)^n \tag{0.1}$$

において，x について局所一様に

$$\overline{\lim_{n\to\infty}} \sqrt[n]{n!|a_n(x)|} = 0$$

を満たすとき， P を局所作用素と呼ぶ．このとき，P が局所作用素であることと，形式的な無限階微分作用素 (0.1) が正則函数の層 $\mathscr{O}_X$ 上の層準同型を定めることとは同値であることが知られている．係数に適当な増大度条件を課して定義される無限階（擬）微分作用素は，さまざまな理論と結びつき，特に代数解析学の分野において重要な役割を果たしている（例えば，[8], [19] を参照）．

一方，ある函数空間に対する連続（自己）準同型を，微分作用素などを用いて特徴付けることは，函数解析学をはじめとする諸分野における重要な問題の一つである．既存の結果として，例えば，滑らかな函数の層に対する局所的な線型作用素は，有限階の微分作用素で表されることが Peetre の定理として知られている ([17], [18])．また，[13] では，適当な仮定の下で，与えられた proximate order (cf. [20]) を持つ整函数の空間に対して，その連続自己準同型の正則函数を係数とする無限階微分作用素による特徴付けが証明されている．さらに，[3], [4] では，superoscillation の研究を背景に，ある位数を持つ整函数の空間に作用する畳み込み作用素の

連続性が，ある増大度条件を満たす無限階（擬）微分作用素を用いて証明されている．ここで，superoscillation とは，Fourier 変換の台がコンパクトな函数において，その台の上限よりも局所的に速く振動する現象である．この概念は，量子力学の文脈において Aharonov らによって導入され，Berry の研究を通じて広く知られるようになった ([1], [10])．数学的な文脈においては，[2] が包括的な参考文献となっている．この現象の解析における重要な課題の一つとして，Schrödinger 方程式に従う時間発展の下で superoscillation が維持されるかという問題が挙げられる．この解析において，ある位数を持つ整函数の空間に作用する増大度条件を満たす無限階微分作用素が中心的な役割を果たしている．また，[6] では，[4] で定義された無限階微分作用素のクラスを拡張することで，[4] で得られた定理の逆，すなわち，ある位数を持つ整函数の空間に対する連続自己準同型が，増大度条件を満たす無限階微分作用素として特徴付けられることが証明されている．[6] の結果は一般化されており，[5] では与えられた proximate order を持つ整函数の空間に対して，その連続準同型の無限階微分作用素による特徴付けが与えられている．さらに，[15] ではクラス $\mathbb{M}$ の Roumieu 型および Beurling 型の形式的冪級数の空間に対して，その連続自己準同型の無限階微分作用素による特徴付けが与えられている．

本論文では，ある位数を持つ整函数の空間に作用する増大度条件を満たす無限階微分作用素の形式共役が，連続線型作用素となることを示す．形式共役は，微分方程式の可解性や作用素の全射性を論じる際，双対性を通じて中心的な役割を果たす（例えば，[12] を参照）．本論文の結果は，これらの空間に対する微分方程式の解の性質の解明に寄与することが期待される．

1 Introduction

In [6], Aoki, Ishimura, Okada, Struppa and the author introduced the class of infinite order differential operators subject to certain growth conditions, denoted by $\boldsymbol{D}_p$ (resp. $\boldsymbol{D}_{p,0}$), and proved that this class characterizes the continuous endomorphisms on the space A_p (resp. $A_{p,0}$) of entire functions of order at most p of normal type (resp. minimal type). These results were generalized to continuous homomorphisms between spaces of entire functions with respect to proximate orders in [5], and to continuous endomorphisms on spaces of formal power series of class $\mathbb{M}$ in [15] (cf. [16]). In the setting of spaces of entire functions of normal type with respect to a proximate order, solvability conditions for differential equations of regular singular type and of Korobeĭnik type were studied in [14].

Given an operator $P \in \boldsymbol{D}_p$ (resp. $P \in \boldsymbol{D}_{p,0}$) acting on the space A_p (resp. $A_{p,0}$), it is natural to consider whether its formal adjoint ${}^tP$ also defines a continuous linear operator on the same space. The main purpose of this paper is to investigate formal adjoint operators and their continuity on the spaces of entire functions of a given order. Note that an infinite order differential operator in $\boldsymbol{D}_p$ (resp. $\boldsymbol{D}_{p,0}$) is not a local operator in general.

The plan of this paper is as follows. In Section 2, we recall the definitions of the spaces of entire functions of a given order and infinite order differential operators introduced in [6], and define the notion of formal adjoint operators. In Section 3, we establish the main results of this paper, which show that the formal adjoints of these operators define continuous linear operators on A_p (resp. $A_{p,0}$), under a suitable additional assumption on the operators in $\boldsymbol{D}_p$ (resp. $\boldsymbol{D}_{p,0}$). Since the formal adjoint plays a fundamental role in the study of the solvability of differential equations via duality (cf. [12]), we expect that these results will contribute to clarifying the properties of solutions to differential equations.

2 Preliminaries

We denote by $\mathbb{C}$ the set of complex numbers as usual, and by $\mathbb{Z}_{\geq 0}$ the set of non-negative integers. We fix a positive integer n. Let $\mathscr{O}(\mathbb{C}^n)$ be the set of entire functions of variables $z = (z_1, z_2, \dots, z_n) \in \mathbb{C}^n$. For $p > 0$ and $\tau > 0$, let $A_{p,\tau}$ denote the set of $f \in \mathscr{O}(\mathbb{C}^n)$ satisfying

$$\|f\|_{p,\tau} := \sup_{z\in\mathbb{C}^n} |f(z)| \exp(-\tau|z|^p) < \infty,$$

where $|z| := \sqrt{|z_1|^2 + |z_2|^2 + \cdots + |z_n|^2}$. Then $A_{p,\tau}$ becomes a Banach space with the norm $\|\cdot\|_{p,\tau}$. For $\tau' > \tau > 0$, the natural inclusion mapping $\iota\colon A_{p,\tau} \hookrightarrow A_{p,\tau'}$ is compact. Hence we define the inductive and projective limits of the family $\{A_{p,\tau}\}_{\tau>0}$ by

$$A_p := \varinjlim_{\tau>0} A_{p,\tau}, \quad A_{p,0} := \varprojlim_{\tau>0} A_{p,\tau}.$$

These spaces are DFS and FS spaces, respectively (cf. [9]).

We use the standard convention for multi-indices. For $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$, $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n) \in \mathbb{Z}^n_{\geq 0}$, we write $\alpha \leq \beta$ if $\alpha_k \leq \beta_k$ for all $k = 1, 2, \dots, n$. Moreover, we write $\alpha \pm \beta = (\alpha_1 \pm \beta_1, \alpha_2 \pm \beta_2, \dots, \alpha_n \pm \beta_n)$, $|\alpha| = \alpha_1 + \alpha_2 + \cdots + \alpha_n$, $\alpha! = \alpha_1!\alpha_2!\cdots\alpha_n!$ and $\partial_z^\alpha = (\partial/\partial z_1)^{\alpha_1}(\partial/\partial z_2)^{\alpha_2}\cdots(\partial/\partial z_n)^{\alpha_n}$ for $z = (z_1, z_2, \dots, z_n) \in \mathbb{C}^n$. We will consider a formal differential operator with coefficients given by a multi-sequence $\{a_\alpha(z)\}_{\alpha\in\mathbb{Z}^n_{\geq 0}} \subset \mathscr{O}(\mathbb{C}^n)$.

Definition 2.1 ([6, Definition 3.1]; see [7, Definition 1.3] for the one variable case)**.** We denote by $\boldsymbol{D}_p$ the set of all formal differential operators $P = P(z, \partial_z) = \sum_\alpha a_\alpha(z)\partial_z^\alpha$ such that $\{a_\alpha(z)\}_{\alpha\in\mathbb{Z}^n_{\geq 0}} \subset \mathscr{O}(\mathbb{C}^n)$ satisfies the following condition: for any $\varepsilon > 0$, there exist $B_\varepsilon > 0$ and $C_\varepsilon > 0$ such that for any $\alpha \in \mathbb{Z}^n_{\geq 0}$ the following holds:

$$\|a_\alpha\|_{p,B_\varepsilon} \leq C_\varepsilon \frac{|\alpha|^{|\alpha|/p}}{\alpha!}\varepsilon^{|\alpha|}. \tag{2.1}$$

Here we use conventions $0! = 0^0 = 1$.

Definition 2.2 ([6, Definition 4.1])**.** We denote by $\boldsymbol{D}_{p,0}$ the set of all formal differential operators $P = P(z, \partial_z) = \sum_\alpha a_\alpha(z)\partial_z^\alpha$ such that $\{a_\alpha(z)\}_{\alpha\in\mathbb{Z}^n_{\geq 0}} \subset \mathscr{O}(\mathbb{C}^n)$ satisfies the following condition: for any $\varepsilon > 0$, there exists $B_\varepsilon > 0$ such that for any $\alpha \in \mathbb{Z}^n_{\geq 0}$ the following holds:

$$\|a_\alpha\|_{p,\varepsilon} \leq \frac{|\alpha|^{|\alpha|/p}}{\alpha!} B_\varepsilon^{|\alpha|+1}. \tag{2.2}$$

Theorem 2.3 ([6, Theorems 3.3 (i) and 4.3 (i)])**.** *Let $P = P(z, \partial_z) = \sum_\alpha a_\alpha(z)\partial_z^\alpha$ be a formal differential operator. For any entire function $f(z)$, set*

$$Pf := \sum_\alpha a_\alpha(z)\partial_z^\alpha f.$$

(i) *Assume that $P \in \boldsymbol{D}_p$. Then for any $f \in A_p$, the series Pf converges and $Pf \in A_p$. Moreover, $f \mapsto Pf$ defines a linear continuous operator $P\colon A_p \to A_p$.*

(ii) *Assume that $P \in \boldsymbol{D}_{p,0}$. Then for any $f \in A_{p,0}$, the series Pf converges and $Pf \in A_{p,0}$. Moreover, $f \mapsto Pf$ defines a linear continuous operator $P\colon A_{p,0} \to A_{p,0}$.*

Definition 2.4 (cf. [8], [12])**.** Let $P(z, \partial_z) = \sum_\alpha a_\alpha(z)\partial_z^\alpha$ be a formal differential operator with $\{a_\alpha(z)\}_{\alpha\in\mathbb{Z}^n_{\geq 0}} \subset \mathscr{O}(\mathbb{C}^n)$. Then the formal adjoint of $P(z, \partial_z)$ is defined by

$${}^tP(z, \partial_z) := \sum_\alpha (-\partial_z)^\alpha a_\alpha(z).$$

Then ${}^tP(z, \partial_z)$ can be written as

$${}^tP(z, \partial_z) = \sum_\beta (-1)^{|\beta|} \sum_{\alpha\leq\beta} \frac{\beta!}{\alpha!(\beta-\alpha)!} \left(\partial_z^\alpha a_\beta(z)\right) \partial_z^{\beta-\alpha} = \sum_\gamma b_\gamma(z)\partial_z^\gamma. \tag{2.3}$$

Here we write $\gamma = \beta - \alpha \in \mathbb{Z}^n_{\geq 0}$ and $b_\gamma(z) = \sum_{\beta\geq\gamma} (-1)^{|\beta|} \dfrac{\beta!}{(\beta-\gamma)!\gamma!} \partial_z^{\beta-\gamma} a_\beta(z)$.

3 Main Result

Definition 3.1. We define $\tilde{\boldsymbol{D}}_p \subset \boldsymbol{D}_p$ as follows: $P = \sum_\alpha a_\alpha(z)\partial_z^\alpha \in \boldsymbol{D}_p$ belongs to $\tilde{\boldsymbol{D}}_p$ if for any $\varepsilon > 0$, the constant $B_\varepsilon > 0$ in (2.1) satisfies $2(2s_p n^{p/2} e B_\varepsilon p)^{1/p}\varepsilon < 1$. Here we set $s_p := \max\{2^{p-1}, 1\}$.

Theorem 3.2. *Let ${}^tP = \sum_\gamma b_\gamma(z)\partial_z^\gamma$ be the formal adjoint of $P = \sum_\alpha a_\alpha(z)\partial_z^\alpha \in \tilde{\boldsymbol{D}}_p$ in* (2.3)*. Then, for any entire function $f \in A_p$, the series*

$${}^tPf := \sum_\gamma b_\gamma(z)\partial_z^\gamma f$$

converges and ${}^tPf \in A_p$. *Moreover, the mapping* $f \mapsto {}^tPf$ *defines a linear continuous operator* ${}^tP\colon A_p \to A_p$.

Proof. Recall that a linear operator $F\colon A_p \to A_p$ is continuous if and only if for any $\tau > 0$, there exist $C > 0$ and $\tau' > 0$ such that

$$\|Ff\|_{p,\tau'} \le C\|f\|_{p,\tau}$$

holds for any $f \in A_{p,\tau}$ (see, e.g., [11]). Since $P = \sum_\alpha a_\alpha(z)\partial_z^\alpha \in \tilde{\boldsymbol{D}}_p$, for any $\varepsilon > 0$, there exist $B_\varepsilon > 0$ and $C_\varepsilon > 0$ such that $\|a_\alpha\|_{p,B_\varepsilon} \le C_\varepsilon |\alpha|^{|\alpha|/p}\varepsilon^{|\alpha|}/\alpha!$ and $2(2s_p n^{p/2} eB_\varepsilon p)^{1/p}\varepsilon < 1$. Let $\tau > 0$ be arbitrary and fix $f \in A_{p,\tau}$. Using [6, Lemma 2.1], we have

$$\begin{aligned}
\|{}^tPf\|_{p,B_\varepsilon + s_p\tau} &\le \sum_\gamma \|b_\gamma\|_{p,B_\varepsilon}\|\partial_z^\gamma f\|_{p,s_p\tau} \\
&\le \sum_\gamma \left(\sum_{\beta\ge\gamma} \frac{\beta!}{(\beta-\gamma)!\gamma!}\|\partial_z^{\beta-\gamma}a_\beta\|_{p,B_\varepsilon}\right)\frac{\gamma!}{|\gamma|^{|\gamma|/p}}(e\tau p)^{|\gamma|/p}(2n^{1/2})^{|\gamma|}\|f\|_{p,\tau} \\
&\le C_\varepsilon \sum_\gamma \left(\sum_{\beta\ge\gamma} \frac{|\beta|^{|\beta|/p}}{|\beta-\gamma|^{|\beta-\gamma|/p}|\gamma|^{|\gamma|/p}}(s_p n^{p/2} eB_\varepsilon p)^{|\beta-\gamma|/p}\varepsilon^{|\beta|}\right)(e\tau p)^{|\gamma|/p}(2n^{1/2})^{|\gamma|}\|f\|_{p,\tau} \\
&\le C_\varepsilon \sum_\gamma (2n^{1/2}(2e\tau p)^{1/p}\varepsilon)^{|\gamma|}\sum_{\beta\ge\gamma}(2s_p n^{p/2} eB_\varepsilon p)^{|\beta-\gamma|/p}\varepsilon^{|\beta-\gamma|}\|f\|_{p,\tau} \\
&\le 2^{2n-2}C_\varepsilon \sum_{k=0}^\infty (4n^{1/2}(2e\tau p)^{1/p}\varepsilon)^k \sum_{m=0}^\infty (2(2s_p n^{p/2} eB_\varepsilon p)^{1/p}\varepsilon)^m \|f\|_{p,\tau}
\end{aligned}$$

for any $\varepsilon, \tau > 0$. Here we have used the inequalities

$$\|\partial_z^{\beta-\gamma}a_\beta\|_{p,B_\varepsilon} \le \frac{(\beta-\gamma)!}{|\beta-\gamma|^{|\beta-\gamma|/p}}(s_p n^{p/2} eB_\varepsilon p)^{|\beta-\gamma|/p}\|a_\beta\|_{p,B_\varepsilon}$$

(see the proof of [6, Lemma 2.1]) and

$$\frac{|\beta|^{|\beta|}}{|\beta-\gamma|^{|\beta-\gamma|}|\gamma|^{|\gamma|}} \le 2^{|\beta|} = 2^{|\gamma|}2^{|\beta-\gamma|}, \qquad \sum_{|\alpha|=k} 1 = \binom{n+k-1}{k} \le 2^{n+k-1}. \tag{3.1}$$

For any $\tau > 0$, we can choose ε, $\tau' > 0$ such that $\tau' \ge B_\varepsilon + s_p\tau$ and $4n^{1/2}(2e\tau p)^{1/p}\varepsilon < 1$. Since the sum $\sum_{m=0}^\infty (2(2s_p n^{p/2} eB_\varepsilon p)^{1/p}\varepsilon)^m$ converges, for any $\tau > 0$, there exist $\tilde{C} > 0$ and $\tau' > 0$ such that

$$\|{}^tPf\|_{p,\tau'} \le \tilde{C}\|f\|_{p,\tau}.$$

This proves the continuity of ${}^tP\colon A_p \to A_p$. □

Definition 3.3. We define $\tilde{\boldsymbol{D}}_{p,0} \subset \boldsymbol{D}_{p,0}$ as follows: $P = \sum_\alpha a_\alpha(z)\partial_z^\alpha \in \boldsymbol{D}_{p,0}$ belongs to $\tilde{\boldsymbol{D}}_{p,0}$ if for any $\varepsilon > 0$, the constant $B_\varepsilon > 0$ in (2.2) satisfies $2(2s_p n^{p/2} e\varepsilon p)^{1/p}B_\varepsilon < 1$. Here we set $s_p := \max\{2^{p-1}, 1\}$.

Theorem 3.4. *Let* ${}^tP = \sum_\gamma b_\gamma(z)\partial_z^\gamma$ *be the formal adjoint of* $P = \sum_\alpha a_\alpha(z)\partial_z^\alpha \in \tilde{\boldsymbol{D}}_{p,0}$ *in* (2.3). *For any entire function* $f \in A_{p,0}$*, the series*

$$ {}^tPf := \sum_\gamma b_\gamma(z)\partial_z^\gamma f $$

converges and ${}^tPf \in A_{p,0}$*. Moreover, the mapping* $f \mapsto {}^tPf$ *defines a linear continuous operator* ${}^tP\colon A_{p,0} \to A_{p,0}$*.*

Proof. This can be proved in the same way as Theorem 3.2. Recall that a linear operator $F\colon A_{p,0} \to A_{p,0}$ is continuous if and only if for any $\sigma > 0$, there exist $C > 0$ and $\tau > 0$ such that

$$ \|Ff\|_{p,\sigma} \le C\|f\|_{p,\tau} $$

holds for any $f \in A_{p,0}$ (see, e.g. [11]). Since $P = \sum_\alpha a_\alpha(z)\partial_z^\alpha \in \tilde{\boldsymbol{D}}_{p,0}$, for any $\varepsilon > 0$, there exists $B_\varepsilon > 0$ such that $\|a_\alpha\|_{p,\varepsilon} \le |\alpha|^{|\alpha|/p} B_\varepsilon^{|\alpha|+1}/\alpha!$ and $2(2s_p n^{p/2} e\varepsilon p)^{1/p} B_\varepsilon < 1$. Let $\tau > 0$ be arbitrary and fix $f \in A_{p,0}$. Similar computations to those in Theorem 3.2 yield

$$ \begin{aligned} \|{}^tPf\|_{p,\varepsilon+s_p\tau} &\le \sum_\gamma \|b_\gamma\|_{p,\varepsilon} \|\partial_z^\gamma f\|_{p,s_p\tau} \\ &\le \sum_\gamma \left(\sum_{\beta\ge\gamma} \frac{\beta!}{(\beta-\gamma)!\gamma!} \|\partial_z^{\beta-\gamma} a_\beta\|_{p,\varepsilon} \right) \frac{\gamma!}{|\gamma|^{|\gamma|/p}} (e\tau p)^{|\gamma|/p} (2n^{1/2})^{|\gamma|} \|f\|_{p,\tau} \\ &\le \sum_\gamma \left(\sum_{\beta\ge\gamma} \frac{|\beta|^{|\beta|/p}}{|\beta-\gamma|^{|\beta-\gamma|/p}|\gamma|^{|\gamma|/p}} (s_p n^{p/2} e\varepsilon p)^{|\beta-\gamma|/p} B_\varepsilon^{|\beta|+1} \right) (e\tau p)^{|\gamma|/p} (2n^{1/2})^{|\gamma|} \|f\|_{p,\tau} \\ &\le B_\varepsilon \sum_\gamma (2n^{1/2}(2e\tau p)^{1/p} B_\varepsilon)^{|\gamma|} \sum_{\beta\ge\gamma} (2s_p n^{p/2} e\varepsilon p)^{|\beta-\gamma|/p} B_\varepsilon^{|\beta-\gamma|} \|f\|_{p,\tau} \\ &\le 2^{2n-2} B_\varepsilon \sum_{k=0}^\infty (4n^{1/2}(2e\tau p)^{1/p} B_\varepsilon)^k \sum_{m=0}^\infty (2(2s_p n^{p/2} e\varepsilon p)^{1/p} B_\varepsilon)^m \|f\|_{p,\tau} \end{aligned} $$

for any $\varepsilon, \tau > 0$. Here we have used the inequalities

$$ \|\partial_z^{\beta-\gamma} a_\beta\|_{p,\varepsilon} \le \frac{(\beta-\gamma)!}{|\beta-\gamma|^{|\beta-\gamma|/p}} (s_p n^{p/2} e\varepsilon p)^{|\beta-\gamma|/p} \|a_\beta\|_{p,\varepsilon} $$

(see the proof of [6, Lemma 2.1]) and (3.1). For any $\sigma > 0$, we can choose ε, $\tau > 0$ such that $\sigma \ge \varepsilon + s_p\tau$ and $4n^{1/2}(2e\tau p)^{1/p} B_\varepsilon < 1$. Since the sum $\sum_{m=0}^\infty (2(2s_p n^{p/2} e\varepsilon p)^{1/p} B_\varepsilon)^m$ converges, for any $\sigma > 0$, there exist $\tilde{C} > 0$ and $\tau > 0$ such that

$$ \|{}^tPf\|_{p,\sigma} \le \tilde{C}\|f\|_{p,\tau}. $$

This proves the continuity of ${}^tP\colon A_{p,0} \to A_{p,0}$. □

Acknowledgments

The author would like to thank Professor Yasunori Okada for helpful comments during the RIMS workshop. The author would also like to thank the referee for carefully reading the manuscript and for providing valuable comments that improved the paper.

References

[1] Y. Aharonov, D. Albert and L. Vaidman, How the result of a measurement of a component of the spin of a spin-1/2 particle can turn out to be 100, Phys. Rev. Lett. **60**, 1988, 1351–1354.

[2] Y. Aharonov, F. Colombo, I. Sabadini, D. C. Struppa and J. Tollaksen, *The mathematics of superoscillations*, American Mathematical Society, 2017.

[3] T. Aoki, F. Colombo, I. Sabadini and D. C. Struppa, Continuity of some operators arising in the theory of superoscillations, Quantum Studies Mathematics and Foundations **5** (3), 2018, 463–476.

[4] T. Aoki, F. Colombo, I. Sabadini and D. C. Struppa, Continuity theorems for a class of convolution operators and applications to superoscillations, Annali di Matematica Pura ed Applicata **197**, 2018, 1533–1545.

[5] T. Aoki, R. Ishimura and Y. Okada, A Differential Operator Representation of Continuous Homomorphisms Between the Spaces of Entire Functions of Given Proximate Orders, Complex Analysis and Operator Theory **14** (8), 2020, article number 75.

[6] T. Aoki, R. Ishimura, Y. Okada, D. C. Struppa and S. Uchida, Characterization of continuous endomorphisms of the space of entire functions of a given order, Complex Variables and Elliptic Equations **66** (9), 2021, 1439–1450.

[7] T. Aoki, R. Ishimura, D. C. Struppa and S. Uchida, Linear continuous operators acting on the space of entire functions of a given order, RIMS Kôkyûroku **2101**, 2019, 1–6.

[8] T. Aoki, K. Kataoka and S. Yamazaki, *Hyperfunctions, FBI Transformation and Pseudo-differential Operators of Infinite Order*, Kyoritsu Shuppan, Tokyo, 2004. (In Japanese.)

[9] C. A. Berenstein and R. Gay, *Complex Analysis and Special Topics in Harmonic Analysis*, Springer-Verlag, New York, 1995.

[10] M. Berry et al., Roadmap on superoscillations, J. Opt. **21** 053002, 2019.

[11] A. Grothendieck, *Topological vector spaces*, Gordon and Breach Science Publishers, New York, 1973.

[12] R. Hotta, K. Takeuchi and T. Tanisaki, *D-Modules, Perverse Sheaves, and Representation Theory*, Birkhäuser, Boston, 2008.

[13] R. Ishimura, Endomorphisms of the space of higher order entire functions and infinite order differential operators, Kyushu Journal of Mathematics **61**, 2007, 83–94.

[14] R. Ishimura and X. Jin, Infinite order partial differential equations in the space of entire functions of normal type with respect to a proximate order, North-Western European J. Math. **5**, 2019, 69–87.

[15] X. Jin, The spaces of formal power series of class M of Roumieu type and of Beurling type, Hiroshima Mathematical Journal **50** (1), 2020, 117–135.

[16] H. Komatsu, Ultradistributions, I, Structure theorems and a characterization, J. Fac. Sci. Univ. Tokyo Sect. IA Math. **20**, 1973, 25–105.

[17] J. Peetre, Une caractérisation abstraite des opérateurs différentiels, Mathematica Scandinavica **7**, 1959, 211–218.

[18] J. Peetre, Réctification à l'article "Une caractérisation abstraite des opérateurs différentiels", Mathematica Scandinavica **8**, 1960, 116–120.

[19] M. Sato, T. Kawai and M. Kashiwara, *Microfunctions and pseudo-differential equations*, Lecture Notes in Mathematics **287**, Springer, Berlin-Heidelberg-New York, 1973, 265–529.

[20] G. Valiron, *Lectures on the General Theory of Integral Functions*, Chelsea Publishing Company, New York, 1949.

彙報編集および投稿規定

2026年2月27日改定

編集規定

1．本誌は、日本大学理工学部一般教育教室の機関誌であり、その目的を本学部と短期大学部（船橋校舎）に所属する教員の学術研究発表とする。
2．本誌の発行は、年度内2回とする。
3．本誌には、I. 論文，II. 研究ノート，III. 書評･論説･研究紹介，IV. その他，依頼論文および研究動向の各欄を設ける。
4．I. 論文，II. 研究ノート，III. 書評・論説・研究紹介は査読制とする。
5．掲載は編集委員会の決定による。
6．彙報に掲載された I. 論文，II. 研究ノート，III. 書評・論説・研究紹介および依頼論文は、本教室のウェブサイト上において公開する。

投稿規定

1．投稿者の1人は、原則として本学部と短期大学部（船橋校舎）に所属する専任教員（特任教授を含む）とする。
ただし、編集委員会が特別に許可した者は投稿を認めることができる。
2．投稿する論文等はいずれも他に未発表のものに限る。ただし、口頭発表およびその配布資料はこの限りではない。
3．投稿は1人1編とする。
4．掲載決定後の加筆、訂正は原則として認めない。
5．投稿者は、編集委員会に ①投稿原稿（英文の題目・氏名を付けたもの）、②邦文要旨（600字以内）、③投稿者連絡票 を提出する。
注．原則として電子ファイルで提出すること。
6．原稿は下記の執筆要領に従うこと。

執筆要領

1．原稿は、A4用紙を用い、原則として横書きとする。
2．本文・図・表・注・引用文献を含めて、下記のレイアウトで10ページ以内とする。
3．和文 一段組　1ページ　1行40字×36行、1文字10.5ポイントとする。
二段組　1行19字×36行×2段、1文字10.5ポイントとする。
4．欧文 本文が 横15センチ×縦20センチ、1行16ポイント、1文字10.5ポイントとする。
5．図・表は、論文原稿末尾に貼り付け、本文中に挿入箇所を指定する。
6．注および引用文献の表示は下記の通りとする。
（1）引用文献は通し番号をつけ本文の後にまとめて記載する。
本文中の参照個所に文献の番号を記載する。
（2）各文献は、「著者名・編著者名」「引用論文図書名」「出版社・発行地」「発行年」「ページ」を記載する。
（3）欧文の場合、著者名は立体、書名は斜体にすること。
7．表題等の文字の大きさは例文を参照すること。

彙報編集委員会ウェブサイト　（2026年3月まで）http://www.penta.ge.cst.nihon-u.ac.jp/~ihou
（2026年4月以降）https://www.ge.cst.nihon-u.ac.jp/ihou/

一般教育教室彙報　第118号

発行日　令和8年4月30日
発行者　日本大学理工学部 一般教育教室
伴　周　一
印刷者　日本フィニッシュ株式会社
高　橋　嘉　久

ISSN 0286-7370

BULLETIN
OF
DEPARTMENT OF GENERAL EDUCATION
COLLEGE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY
NIHON UNIVERSITY

No. 118

CONTENTS

Articles

April, 2026